Zum Mathematikunterricht an einer Waldorfschule

1. Teil: Übergang zur Oberstufe

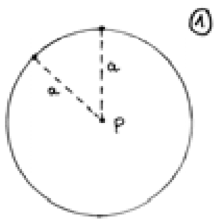
„…Und so muss man nach dem 14., 15. Jahre jede Gelegenheit ergreifen, um Zusammenhänge mit dem früher mehr bildlich Vorgebrachten zu suchen. Man strebt, sagen wir zum Beispiel in der Mathematik, nach dem, was wir in der Konferenz charakterisiert haben, nach der Erkenntnis des Carnotschen Lehrsatzes (=Kosinussatz). Nun ist es von außerordentlich großem Nutzen, die Gelegenheit nicht vorübergehen zu lassen, jede Beziehung, die sich ergeben kann zwischen dem Carnotschen Lehrsatz und dem gewöhnlichen Pythagoräischen Lehrsatz, mit den Kindern in allen Einzelheiten durchzugehen, so dass das Urteil geradezu angeregt wird, wie eine Metamorphose des Pythagoräischen Lehrsatzes in dem Carnotschen Lehrsatz vorliegt; also dieses Zurückgreifen zu pflegen auf dieses früher in der Anschauung Gepflegte, das man in der Mathematik ebensogut berücksichtigen kann wie im Religionsunterricht, im Grunde genommen auf allen Gebieten. Es muss einem natürlich immer zu Hilfe kommen dasjenige, was man vorher im Bildhaften gepflegt hat. Dieses Zurückgreifen, das ist dasjenige, was das Urteil anregt. Denn dadurch, dass man die Dinge mit den Kindern bespricht, fühlen sie: früher haben sie die Sachen angeschaut, haben sich Kenntnisse erworben, jetzt wollen sie sie beurteilen, wollen sich Erkenntnisse erwerben. Das sind Dinge, die, wenn man sie weiter im Einzelnen durcharbeitet, eigentlich zu einem bestimmten Verhalten führen werden, und auf dieses Verhalten kommt es eigentlich an. Dieses Verhalten wird nach und nach eben dazu führen, dass das Autoritätsgefühl, das die Kinder bis zu ihrer Geschlechtsreife durchaus haben sollen, dann aber nicht mehr gut haben können, nun abgelöst wird von jenem Interesse, das sie den Anregungen des Lehrers entgegenbringen aus ihrer Urteilskraft heraus. Man merkt schon, wie die Urteilskraft sich in Rätselfragen umgießt, und man muss darauf natürlich ein sehr wachsames Auge haben. Aber es muss sich dasjenige, was durch diese allgemeinen Prinzipien gewonnen werden kann, noch ausbauen durch das besondere Verhalten des Lehrers.“ (1)

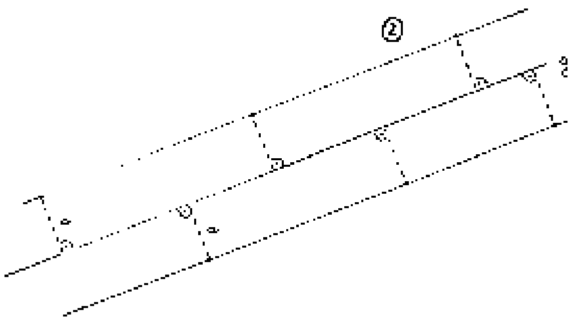
Darum geht es also: vom *Bild* zum *Urteil*, von der *Kenntnis* zur *Erkenntnis*, und das *Autoritätsgefühl* wird abgelöst von *(Sach-)Interesse*.

Interesse wecken: wie? Es gibt zwei bewährte Methoden des Scheiterns: a) das „Schwafeln“ (Schülermund), d.h. darüber reden anstatt es zu tun, und b) mit einer Sensation beginnen, und danach kommt nichts mehr („heiße Luft“).

Interesse wecken: wie?– Und was kommt danach? Mir scheint wichtig, bei diesen Fragen einmal den Menschen in seinen Tätigkeitsfeldern Denken (bewusst, wach), Fühlen (halbbewusst, träumerisch), Wollen (unbewusst, schlafend) zu betrachten. Im Mathematikunterricht spielen zunächst das Denken und Wollen eine zentrale Rolle, genauer: *der Wille im Denken*. Eine grosse Schwierigkeit bei der Betrachtung besteht darin, etwas Unbewußtes (denWillen) im Bewußtsein (dem Denken) zu bemerken. In seinen Vorträgen zur „Allgemeinen Menschenkunde als Grundlage der Pädagogik“ (2) hat Steiner deshalb den menschlichen Willen in 7 Stufen gegliedert, um eine Grundlage für genauere Untersuchungen zu schaffen.

Interesse wecken durch Anknüpfen an bekannte Bilder und dazu anregen, den Willen im Denken zu betätigen – so müsste es theoretisch gehen. Dazu im Folgenden ein sehr einfaches praktisches Beispiel, zugleich eine Möglichkeit das Problem mit dem „Willen im Denken“ zu untersuchen. Ein erster Hauptunterricht in der Geometrieepoche der 9. Klasse. Der/die LehrerIn (L) und die SchülerInnen (S) beschäftigen sich in einer einführenden Phase mit bereits in früheren Jahren behandelten Fragen:





L: „Wo liegen die Punkte, die von Punkt P genau a = 2cm entfernt sind?“

S: „Auf dem Kreis um P mit Radius a = 2 cm.“

(Tafelzeichnung 1)

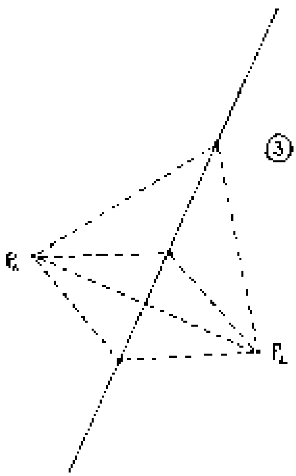
L: „Wo liegen die Punkte, die von der Geraden g genau a = 1,5 cm entfernt sind?“

S: „Auf den beiden Parallelen zu g im Abstand 1,5 cm.“

(Tafelzeichnung 2)

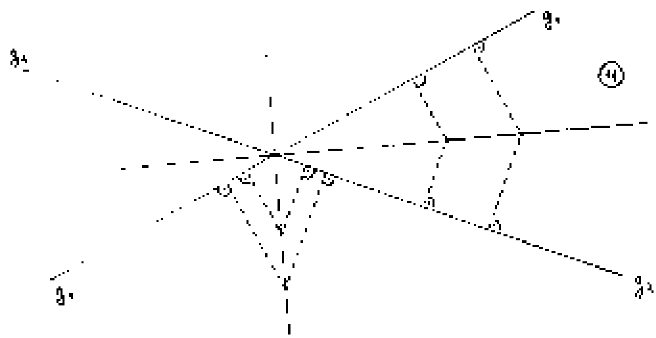
L: „Achtet nun auf die andere Art der Fragestellung: Wo liegen die Punkte, die von den beiden Punkten P1 und P2 gleich weit entfernt sind?“

S: „Auf der Mittelsenkrechten zur Strecke P1P2.“ (Tafelzeichnung 3)



L: „Wo liegen die Punkte, die von den beiden Geraden g1 und g2 gleich weit entfernt sind?“

S: „Auf der Winkelhalbierenden.“ – „Und auf der anderen Winkelhalbierenden.“ (Tafelzeichnung 4)



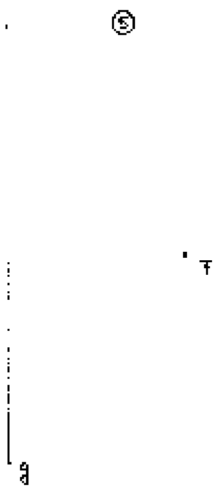
Gelegentlich wird darauf hingewiesen, dass es bei parallelen Geraden g1 und g2 anders aussieht.

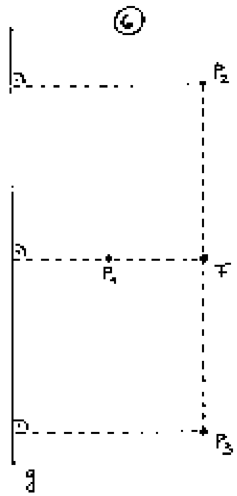
L: „Das wissen wir! Alle?“

S: „Ja!“

L: „Welche Fragestellung fehlt jetzt noch?“

Am besten S, wenn nötig auch L: „Wie findet man alle Punkte, die von einem Punkt F und einer Geraden g gleich weit entfernt sind?“





L: „Wir machen eine Zeichnung. Der Abstand von F zu g soll 4 cm sein.“ (Zeichnung 5)

Die ersten drei markanten Punkte P1, P2, P3 sind schnell gefunden. (Zeichnung 6)

Nun Schweigen – minutenlang. Das muss L aushalten. Die schwierigste Stelle! Eventuell eine kleine Hilfsfrage:

L: „Wo liegen eigentlich alle Punkte, die von g 6 cm entfernt sind?“ – nichts sonst!

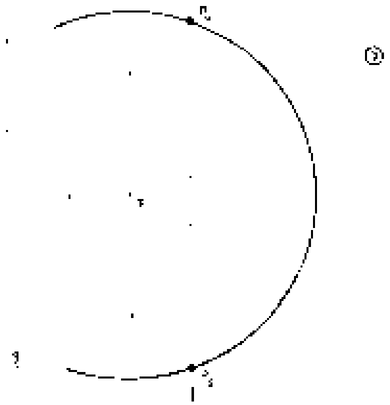
Dann der Durchbruch:

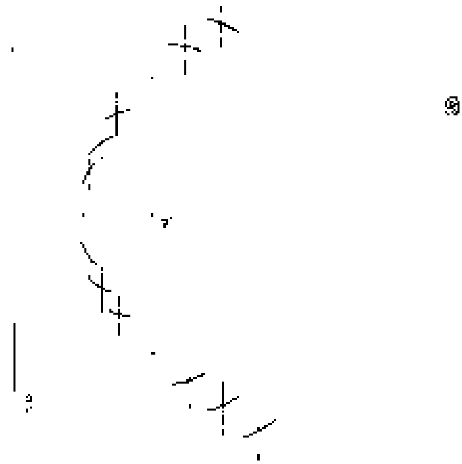
S: „Ich weiss es! Ich nehme eine Parallele zu g im Abstand 6 cm und dann einen Kreis um F mit Radius 6 cm, und wo die sich schneiden, – da!!“

L: „Habt ihr das verstanden?“

S: „Ja!“ – „Noch nicht ganz.“

L: „Das machen wir jetzt mal!“ (Zeichnung 7) „Warum klappt das denn? Wer kann erklären?“





S: *„…Liebe Leser, könnten Sie es?“*

L: „Könnten wir auch andere Maße (anstelle von 6 cm) verwenden?“

S: „Ja!“

L: „Na, dann los!“

S: „Muss ich immer den ganzen Kreis und die ganze Parallele zeichnen?“

L: „Nein, schätze ab, welchen Teil Du brauchst!“ (Zeichnung 8)

L: „Geht das immer?“

S: „Ja!“

L: „Wirklich?“

S: „Nein, wenn der Abstand zu g kleiner als 2 cm ist, klappt es nicht!“

L: „Warum?“

S: „Na, sie treffen sich dann nicht!“

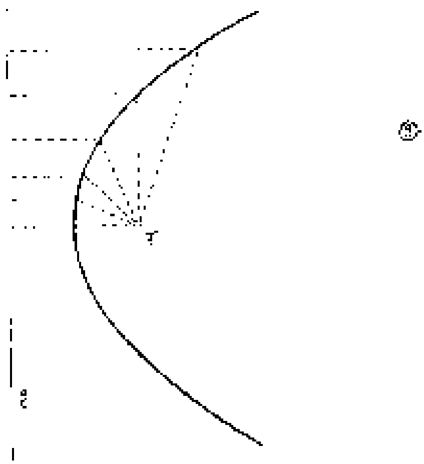
L: „Und wenn der Abstand genau 2 cm ist?“

S: „Dann kommt der (markante) Punkt P1 raus.“

L: „Alles klar?“

S: „Jaah!“ – „Na ja…“

L: „Jetzt zeichnen wir ganz sauber.“ (Zeichnung 9)



Im Epochenheft entsteht nur Zeichnung 9, die Zeichnungen 5 bis 8 sind Vorstufen, und Hilfslinien werden wegradiert. Dafür wird in einer Beschreibung sprachlich präzise festgehalten, wie die Konstruktion ging. Die Kurve heißt übrigens „Parabel“.

Die zweite Parallele, die für diese Konstruktion nicht benötigt wird (vgl. Zeichnung 2), wird von den praktisch denkenden Schülern weder verwendet noch vermisst.

Wie bereits erwähnt, ist es schwierig, selbst beim eigenen Denken die Willensvorgänge genau zu beschreiben. Versuchen sie es selbst einmal. Bei folgenden Schritten zeigen sich Willensanstrengungen am deutlichsten:

1) Ausgangslage: Wissen sammeln
2) Frage stellen
3) Antwort suchen
   a) markante Punkte (mit dem Gleichgewichtssinn)
   b) mit dem Denken:
      vorhandenes Wissen analysieren
      vergleichen
      entschiedenes Wollen
      beweglich werden
      umdenken
      entscheiden
      erneut Wissen heranziehen
      erkennen: so geht‘s!
   c) prüfen: ist die Konstruktion tragfähig?
   d) – mehr als nötig gezeichnet: radieren
      – fehlt etwas: ergänzen
   e) schön zeichnen
   f) durch Formulieren sich und anderen ganz klar machen, wie es geht
4) Evidenzerlebnis: wohliges Gefühl, etwas verstanden zu haben, stellt sich ein (Lebenssinn).

„Eine Parabel ist der geometrische Ort aller Punkte, die die Eigenschaft haben, daß sie von einer Geraden g und einem Punkt F gleich weit entfernt sind.“ Mit einer solchen Definition hätten wir auch zur Vorstellung der Parabel kommen können. Eine derartige Vorstellung wäre aber nicht innerlich durchdrungen, nicht vom Denkwillen vergegenwärtigt.

Wir haben den Willen in *Neuland* begleitet: beim Entdecken, Erforschen. Mindestens genauso wichtig, immer in seiner Bedeutung unterschätzt, ist seine Betätigung in *Altland*: beim Üben, Aufgaben erledigen, Gewohnheiten nicht vernachlässigen. Schon die Abschnitte d), e) und f) gehören dazu. Aber auch der letzte Teil des Hauptunterrichts:

L: „Führt die gleiche Konstruktion durch, aber F liegt nun 5cm von g entfernt. Und die Hausaufgabe: F liegt 6 cm von g entfernt.“

S: „Muss das sein, wir haben es doch verstanden?“

L: „Es muss sein! Ihr werdet noch weitere Zusammenhänge entdecken!“

S: „Na gut.“ (etwas idealisierter Schluss)

Es handelt sich hierbei um den unverzichtbaren Schritt vom *Verstehen* zum *Können.* Das Wohlgefühl stabilisiert sich und verstärkt sich noch, bei manch einem stellt es sich auch erst durch das wiederholende Tun ein. Am nächsten Tag könnte beim Besprechen der Hausaufgaben gefunden werden, wie sich die individuelle Form der Parabel ändert, wenn der Abstand von F zu g zu- oder abnimmt; weitere Eigenschaften der Parabel können besprochen werden und – wir sind schon mitten in der Epoche!

Der Weg vom Bild zum Urteil, von der Kenntnis zur Erkenntnis ist ein Übungsweg des Denkens, der sich über Jahre erstreckt. Das wichtigste Ziel ist dabei erreicht, wenn es gelingt, zum Denken selbst Vertrauen zu schaffen.

Literatur:

R. Steiner, Erziehung und Unterricht aus Menschenerkenntnis (GA302a) (1)

R. Steiner, Allgemeine Menschenkunde als Grundlage der Pädagogik (TB617) (2)

B. Ulin, Der Lösung auf der Spur. Ziele und Methoden des Mathematikunterrichts – Erfahrungen aus der Waldorfpädagogik

A. Miltner (L)